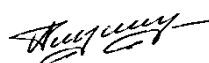


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А. В. Глушко  
16.04.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.31 Математическая статистика**

1. Код и наименование специальности: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика
2. Специализация: Теория функций и приложения (УВЦ)
3. Квалификация выпускника: Математик. Механик. Преподаватель
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей
6. Составители программы: Голованева Фаина Валентиновна, кандидат физико-математических наук, доцент по кафедре уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500 – 03 от 28.03.2024

---

---

8. Учебный год: 2027 / 2028

Семестр(ы): 8

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины «Математическая статистика» являются:

- изучение способов обработки статистических данных, полученных в результате наблюдений над случайными явлениями;

- овладение методами статистического анализа ограниченного объема данных, позволяющего восстановить с определенной степенью достоверности характеристики генеральной совокупности, принять или отбросить гипотезы о природе явления;

- приобретение навыков выработки и принятия оптимальных решений.

Задачи учебной дисциплины:

- формирование и развитие содержательной логики применения вводимых понятий и методов для решения конкретных экспериментальных и прикладных задач;

- развитие навыков применения полученных знаний на практике.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** учебная дисциплина «Математическая статистика» относится к обязательной части блока Б1 Дисциплины (модули) Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по программе специалитета 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, утвержденного приказом Минобрнауки РФ от 10 января 2018 года за № 16.

Приступая к изучению данной дисциплины, обучающиеся должны иметь теоретическую и практическую подготовку по основным разделам линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, знать основы дискретной математики и математической логики, элементы математического моделирования, прекрасно владеть методами и методологией дифференциального и интегрального исчисления, теории вероятностей и теории случайных процессов.

Изучаемый курс «Математической статистики» является предшествующим и неразрывно связанным с такими дисциплинами основной и вариативной частей как: «Теория случайных процессов», «Информационные технологии», «Теория вероятностей» и другими.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине / модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	<b>Знать:</b> базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук. <b>Уметь:</b> использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. <b>Владеть:</b> навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
		ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности	
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических	

			знаний	
--	--	--	--------	--

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах / ак. час. — 4 з. е. / 144 ак. часа

### Форма промежуточной аттестации экзамен

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		8 семестр	
Аудиторные занятия	68	64	
в том числе:	лекции	34	32
	практические	-	-
	лабораторные	34	32
Самостоятельная работа	40	44	
Форма промежуточной аттестации <b>экзамен – 36 ак. часов</b>	36	36	
<b>Итого:</b>	<b>144</b>	<b>144</b>	

### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Выборочный метод	1. Предмет и задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора. Репрезентативная выборка. Статистическое распределение выборочной совокупности. Графическое изображение выборочного распределения. Полигон и гистограмма. 2. Эмпирическая функция распределения. Генеральная и выборочная средние и их свойства. Генеральная и выборочная дисперсии и их свойства.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200</a>
1.2	Статистические оценки параметров распределения	3. Несмещенность, эффективность и состоятельность оценки. Точечные оценки неизвестных параметров распределения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200</a>
		4. Интервальные оценки неизвестных параметров распределения. Понятие доверительного интервала. Определение оценки генеральной средней.	
		5. Оценка генеральной доли. Средняя и предельная ошибки выборки. Доверительный интервал и его построение.	
		6. Вычисление необходимого объема выборки. Вычисление выборочных характеристик при типическом и серийном отборах. Оценка генеральной дисперсии.	
		7. Определение доверительного интервала для генеральной средней при малых выборках. t-распределение Стьюдента. Оценка параметров распределения методом моментов. Метод наибольшего правдоподобия.	
1.3	Элементы теории корреляции	8. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Примеры. Корреляционная таблица.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200</a>

		<p>Условные выборочные характеристики.          Выборочные функции регрессии.          Выборочная линейная регрессия.          Метод наименьших квадратов.          Выборочный коэффициент корреляции.</p> <p>9. Выборочные коэффициенты и прямые регрессии.          Упрощенная схема вычисления параметров линейной регрессии.          Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.          Построение доверительного интервала для коэффициента корреляции.</p> <p>10. Нелинейная регрессия.          Параболическая и гиперболическая зависимости между зависимыми случайными величинами.          Корреляционные отношения между случайными величинами и их свойства.          Множественная корреляция.</p>	
1.4	Проверка статистических гипотез	<p>11. Статистическая гипотеза.          Статистические методы проверки гипотезы.          Основные статистические критерии, используемые при статистической проверке.          Сравнение дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей.          Сравнение предполагаемой генеральной дисперсии с исправленной дисперсией.</p> <p>12. Сравнение средних двух нормально распределенных совокупностей.          Сравнение средних нормальных генеральных совокупностей при малых выборках.</p> <p>13. Сравнение выборочной средней с предполагаемым значением генеральной средней, если известна дисперсия.          Сравнение выборочной средней с предполагаемым значением генеральной средней, если неизвестна дисперсия генеральной совокупности.          Использование критических областей для построения доверительного интервала генеральной средней.</p> <p>14. Законы распределения.          Критерий согласия Пирсона.</p> <p>15. Критерий согласия Колмогорова.          Критерий согласия Романовского.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200</a>
1.5	Однофакторный дисперсионный анализ	<p>16. Понятие о дисперсионном анализе.          Общая, факторная и остаточная суммы и дисперсии.          Связь между ними. Их вычисление.          Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.</p> <p>17. Решение статистических задач методом дисперсионного анализа.          Неодинаковое число испытаний на различных уровнях.          Контрольная работа № 2</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200</a>
<b>3. Лабораторные занятия</b>			
3.1	Выборочный метод	<p>1. Предмет и задачи математической статистики.          Генеральная и выборочная совокупности.          Способы отбора.          Репрезентативная выборка.          Статистическое распределение выборочной совокупности.          Графическое изображение выборочного распределения.          Полигон и гистограмма.</p> <p>2. Эмпирическая функция распределения.          Генеральная и выборочная средние и их свойства.          Генеральная и выборочная дисперсии и их свойства.          Контрольная работа №1</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200</a>
3.2	Статистические	3. Несмещенность, эффективность и состоятельность оценки.	<a href="https://edu.vsu.ru/c">https://edu.vsu.ru/c</a>

	оценки параметров распределения	<p>Точечные оценки неизвестных параметров распределения.</p> <p>4. Интервальные оценки неизвестных параметров распределения. Понятие доверительного интервала. Определение оценки генеральной средней.</p> <p>5. Оценка генеральной доли. Средняя и предельная ошибки выборки. Доверительный интервал и его построение.</p> <p>6. Вычисление необходимого объема выборки. Вычисление выборочных характеристик при типическом и серийном отборах. Оценка генеральной дисперсии.</p> <p>7. Определение доверительного интервала для генеральной средней при малых выборках. t-распределение Стьюдента. Оценка параметров распределения методом моментов. Метод наибольшего правдоподобия.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200">ourse/view.php?id=30200</a>
3.3	Элементы теории корреляции	<p>8. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Примеры. Корреляционная таблица. Условные выборочные характеристики. Выборочные функции регрессии. Выборочная линейная регрессия. Метод наименьших квадратов. Выборочный коэффициент корреляции.</p> <p>9. Выборочные коэффициенты и прямые регрессии. Упрощенная схема вычисления параметров линейной регрессии. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции. Построение доверительного интервала для коэффициента корреляции.</p> <p>10. Нелинейная регрессия. Параболическая и гиперболическая зависимости между зависимыми случайными величинами. Корреляционные отношения между случайными величинами и их свойства. Множественная корреляция.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200</a>
3.4	Проверка статистических гипотез	<p>11. Статистическая гипотеза. Статистические методы проверки гипотезы. Основные статистические критерии, используемые при статистической проверке. Сравнение дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей. Сравнение предполагаемой генеральной дисперсии с исправленной дисперсией.</p> <p>12. Сравнение средних двух нормально распределенных совокупностей. Сравнение средних нормальных генеральных совокупностей при малых выборках.</p> <p>13. Сравнение выборочной средней с предполагаемым значением генеральной средней, если известна дисперсия. Сравнение выборочной средней с предполагаемым значением генеральной средней, если неизвестна дисперсия генеральной совокупности. Использование критических областей для построения доверительного интервала генеральной средней.</p> <p>14. Законы распределения. Критерий согласия Пирсона.</p> <p>15. Критерий согласия Колмогорова. Критерий согласия Романовского.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200</a>

3.5	Однофакторный дисперсионный анализ	16. Понятие о дисперсионном анализе. Общая, факторная и остаточная суммы и дисперсии. Связь между ними. Их вычисление. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200</a>
		17. Решение статистических задач методом дисперсионного анализа. Неодинаковое число испытаний на различных уровнях. Контрольная работа № 2	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Выборочный метод	4	-	4	6	14
2	Статистические оценки параметров распределения	10	-	10	10	30
3	Элементы теории корреляции	6	-	6	8	20
4	Проверка статистических гипотез	10	-	10	10	30
5	Однофакторный дисперсионный анализ	4	-	4	6	14
	Итого:	34	34	-	40	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины «Математическая статистика» используются такие виды учебной работы, как лекции, лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

#### Методические указания для обучающихся при работе над конспектом лекций.

Лекция – систематическое, последовательное, чаще монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекции обучающимся рекомендуется вести подробный конспект, что позволит впоследствии вспомнить изученный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену.

Следует также обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Любая лекция должна иметь логическое завершение, роль которого выполняет заключение. Выводы в конце лекции формулируются кратко и лаконично, их целесообразно записывать. В конце лекции обучающиеся имеют так же возможность задать вопросы преподавателю по теме лекции.

#### Методические указания для обучающихся при работе на лабораторном занятии.

Лабораторные занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

В ходе подготовки к лабораторным занятиям обучающимся рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом следует учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Рекомендуется также дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей программой.

В связи с тем, что активность обучающегося на лабораторных занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Решение задач – выполнение обучающимися набора практических заданий предметной области с целью выработки навыков их решения, закрепления теоретического материала.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса; получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы; получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю при возникновении затруднений в ходе решения задач.

#### Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Математическая статистика» предполагает изучение и конспектирование всех необходимых материалов по программе курса (смотри выше) с использованием рекомендуемой преподавателем литературы (приведена ниже), а также самостоятельное освоение и запоминание понятийного аппарата изучаемой дисциплины, выполнение ряда теоретических и практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на лекционных и лабораторных занятиях, подготовку к текущим аттестациям (примеры смотри ниже).

Все задания, выполняемые студентами самостоятельно, подлежат последующей проверке преподавателем.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Вопросы лекционных и лабораторных занятий обсуждаются на занятиях в форме устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и лабораторным занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (8 семестр – экзамен).

Для успешного и плодотворного обеспечения итогов самостоятельной работы разработаны учебно-методические указания к самостоятельной работе студентов над различными разделами дисциплины.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к лабораторным занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Б1.О.31 Математическая статистика (ФМ и М) 4 курс» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200>) на портале «Электронный университет ВГУ».

### **Особенности учебно-методического обеспечения самостоятельной работы для лиц с ОВЗ:**

Студенты с ограниченными возможностями здоровья имеют свои специфические особенности восприятия, переработки материала. Подбор и разработка учебных материалов для таких студентов производится с учетом того, чтобы предоставить этот материал в различных формах так, чтобы обучающийся с нарушениями слуха получил информацию визуально, с нарушениями зрения – аудиально.

Предусмотрено в случае необходимости создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей, альтернативную версию медиаконтентов, предусмотрена возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотрена доступность управления контентом с клавиатуры.

### **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины**

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Буре, В. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В. М. Буре, Е. М. Парилина. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-1508-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/211250">https://e.lanbook.com/book/211250</a> (дата обращения: 24.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1079-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210536">https://e.lanbook.com/book/210536</a> (дата обращения: 24.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3	Свешников, А. А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учебное пособие / А. А. Свешников. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-0708-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/211169">https://e.lanbook.com/book/211169</a> (дата обращения: 24.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4	Хуснутдинов, Р. Ш. Сборник задач по курсу теории вероятностей и математической статистики : учебное пособие / Р. Ш. Хуснутдинов. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1668-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/211733">https://e.lanbook.com/book/211733</a> (дата обращения: 24.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5	Воскобойников, Ю. Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME / Ю. Е. Воскобойников, А. Ф. Задорожный. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 224 с. — ISBN 978-5-507-47815-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/327599">https://e.lanbook.com/book/327599</a> (дата обращения: 24.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.



б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Теория вероятностей и математическая статистика : лабораторный практикум для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Т. А. Радченко [и др.]. — Воронеж : ЛОП ВГУ, 2007. — 30 с. : табл. — Библиогр.: с.29. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07051.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07051.pdf</a> >.
2	Хрущева, И. В. Теория вероятностей : учебное пособие / И. В. Хрущева. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-0915-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210383">https://e.lanbook.com/book/210383</a> (дата обращения: 24.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3	Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1429-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/211082">https://e.lanbook.com/book/211082</a> (дата обращения: 24.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4	Бородин, А. Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики : учебное пособие для вузов / А. Н. Бородин. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 256 с. — ISBN 978-5-507-47621-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/398477">https://e.lanbook.com/book/398477</a> (дата обращения: 24.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог и электронная библиотека ЗНБ ВГУ
2	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a> - электронно-библиотечная система "Лань"
3	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> - электронно-библиотечная система "Консультант студента"
4	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
5	<a href="http://www.edu.ru">http://www.edu.ru</a> - федеральный портал «Российское образование»
6	<a href="http://school.msu.ru">http:// school.msu.ru</a> – математический консультационный центр
7	<a href="http://mschool.kubsu.ru">http://mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий
8	<a href="https://urait.ru">https://urait.ru</a> - электронно-библиотечная система «ЮРАЙТ»
9	<a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a> - электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Руководство к решению задач по математической статистике [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 2 к. очного отд-ния фак. прикладной математики, информатики и механики, для направлений: 02.03.02 - Фундаментальные информатика и информационные технологии, 01.03.02 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т; сост. : В. Г. Ляликова, Н. М. Новикова, М. М. Безрядин. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-139.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-139.pdf</a> >.
2	Математическая статистика. Компьютерный практикум : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. : Л. Н. Баркова, С. А. Ткачева. — Воронеж : ЛОП ВГУ, 2007. — 47 с. : ил. — Библиогр.: с. 46. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07200.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07200.pdf</a> >.
3	Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. : Л. Н. Баркова. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2009. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m09-123.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m09-123.pdf</a> >.
4	<b>Каширина, Ирина Леонидовна.</b> Математическая статистика [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 2-го курса прикладной математики,

	информатики и механики, изучающих дисциплину "Теория вероятностей и математическая статистика", для направления 38.03.05 - Бизнес-информатика] / И. Л. Каширина, К. В. Чудинова; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-66.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-66.pdf</a> >.
5	Минимум миниморум по курсу "Математическая статистика" [Электронный ресурс] : электронное учебное пособие : [для студ. специальности 10.05.01 "Компьютерная безопасность"; для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению 01.03.02 - прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т; сост. : Б. Н. Воронков. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2017. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовые файлы. — Windows 2000; Adobe Acrobat Reader 4,0. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m17-88.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m17-88.pdf</a> >.
6	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей
7	<b>Флегель, Александр Валерьевич.</b> Пособие по решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : [учебное пособие] : [для студ. 2 к. днев. отд-ния фак. компьютер. наук направлений: 09.03.02 -Информ. системы и технологии; 09.03.03 - Приклад. информатика; 09.03.04 - Программная инженерия; 02.03.01 - Математика и компьютер. науки]. Ч. 1. Теория вероятностей / А. В. Флегель, Е. А. Сирота, А. Ф. Клиньских; Воронеж. гос. ун-т; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. — Загл. с титула экрана. — Электрон. версия печ. публикации. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-204.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-204.pdf</a> >.
8	<b>Сирота, Екатерина Александровна.</b> Практикум по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учебное пособие : [для студ. 2-го к. днев. отд-ния фак. компьютер. наук направлений: 230200-Информ. системы; 010300-Математика. Компьютерные науки; для специальности 230201-Информационные системы и технологии]. Ч. 2. Математическая статистика / Е. А. Сирота, А. В. Флегель, А. Ф. Клиньских; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. — Загл. с титула экрана. — Электрон. версия печ. публикации. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. - <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-166.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-166.pdf</a> >.
9	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

## **17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)**

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретической и практической составляющих в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестаций могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «Б1.О.31 Математическая статистика» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=30200>) на портале «Электронный университет ВГУ».

## **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель. Используется типовое оборудование, соответствующее действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам эксплуатации учебной аудитории, расположенной по адресу: 394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I. Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры.

Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа.

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>)

LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/>)

Mozilla Firefox (Mozilla Public License (MPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.mozilla.org/en-US/MPL/>)

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1.

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I.

2. Для самостоятельной работы возможно использование помещений Зональной научной библиотеки ВГУ и ее электронного каталога. Кроме того, используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым лицензионным программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

3. При реализации дисциплины с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий возможны дополнения материально-технического обеспечения.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Выборочный метод	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашние задания Фронтальный устный опрос Контрольная работа № 1 Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену
2	Статистические оценки параметров распределения	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашние задания Фронтальный устный опрос Контрольная работа № 2 Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену
3	Элементы теории корреляции	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашние задания Фронтальный устный опрос Контрольная работа № 2 Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену
4	Проверка статистических гипотез	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашние задания Фронтальный устный опрос Контрольная работа № 2 Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену
5	Однофакторный дисперсионный анализ	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашние задания Фронтальный устный опрос Контрольная работа № 2 Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				Перечень вопросов к экзамену КИМ к экзамену

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

домашние задания, фронтальный устный опрос, контрольные работы.

---

### Домашние задания и практико-ориентированные задания по разделам дисциплины

1. Найти и построить эмпирическую функцию распределения для выборки, представленной статистическим рядом:

$x_i$	1	3	6
$n_i$	10	8	12

2. На телефонной станции производились наблюдения за числом неправильных соединений в минуту. Результаты наблюдений в течение часа представлены в виде статистического распределения:

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6
$n_i$	8	17	16	10	6	2	1

Найти выборочное среднее и дисперсию. Сравнить распределение частот с распределением Пуассона ( $p_{n,m} \approx \frac{e^{-a} \cdot a^m}{m!}$ ).

3. Изучается случайная величина  $X$  - число выпавших очков при бросании игральной кости, Кость подбросили 60 раз. Получены следующие результаты:

3, 2, 5, 6, 6, 1, 4, 6, 4, 6, 3, 6, 4, 2, 1, 5, 3, 1, 6, 4,

5, 4, 2, 2, 4, 2, 6, 3, 1, 5, 6, 1, 6, 6, 4, 2, 5, 4, 3, 6,

4, 1, 5, 6, 3, 2, 4, 4, 5, 2, 5, 6, 2, 3, 5, 4, 1, 2, 5, 3.

1) Что в данном опыте-наблюдении представляет генеральную совокупность?

2) Перечислите элементы этой совокупности.

3) Что представляет собой выборка?

4) Приведите 1-2 реализации выборки.

5) Оформите ее в виде: а) вариационного ряда; б) статистического ряда.

6) Найдите эмпирическую функцию распределения выборки.

7) Постройте интервальный статистический ряд.

8) Постройте полигон частот и гистограмму частот.

9) Найдите: а) выборочную среднюю; б) выборочную дисперсию; в) исправленную выборочную дисперсию и исправленное среднее квадратическое отклонение; г) размах вариации, моду и медиану.

4. Найти оценку параметра распределения Пуассона методом моментов.

5. Используя метод максимального правдоподобия, оценить вероятность появления герба, если при 10 бросаниях герб появился 6 раз.

6. Найти оценки неизвестной вероятности успеха в схеме Бернулли методом моментов и методом максимального правдоподобия.

7. Дано: случайная величина  $X \sim R[a; b]$ . По выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$  оценить величины  $a$  и  $b$  методом моментов.

8. Найти оценки параметров нормального распределения случайной величины  $X$  методом максимального правдоподобия.

9. Глубина моря измеряется прибором, систематическая ошибка которого равна нулю, а случайные ошибки распределены нормально с  $\sigma=15$  м. Сколько надо сделать независимых измерений, чтобы определить глубину моря с ошибкой не более 5 м при надежности  $\gamma=0,9$ ?

10. Измерили рост (с точностью до см) 30 наудачу отобранных студентов. Результаты измерений таковы:

178, 160, 154, 183, 155, 153, 167, 186, 163, 155,

157, 175, 170, 166, 159, 173, 182, 167, 171, 169,  
179, 165, 156, 179, 158, 171, 175, 173, 164, 172.

Найти точечную оценку и доверительный интервал для среднего роста студентов, если считать  $\gamma = 0,95$ .

11. Производятся независимые испытания с одинаковой, но неизвестной вероятностью  $p$  появления события  $A$  в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки  $p$  с надежностью  $\gamma = 0,95$ , если в 400 испытаниях событие  $A$  появилось 80 раз.

12. Распределение признака  $X$  (случайной величины  $X$ ) в выборке задано следующей таблицей:

$x_{i-1} - x_i$	0 – 0,1	0,1 – 0,2	0,2 – 0,3	0,3 – 0,4	0,4 – 0,5
$n_i$	105	95	100	100	102
$x_{i-1} - x_i$	0,5 – 0,6	0,6 – 0,7	0,7 – 0,8	0,8 – 0,9	0,9 – 1,0
$n_i$	98	104	96	105	95

При уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить гипотезу  $H_0$ , состоящую в том, что случайная величина  $X$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[0;1]$  (вероятности  $p_i$  определяются формулами  $p_i = h_i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ), где  $h_i$  - длина  $i$ -го отрезка  $[x_{i-1}; x_i]$  ( $\sum_{i=1}^k h_i = 1$ )).

13. Результаты наблюдений над случайной величиной  $X$  представлены в виде статистического ряда:

$X$ (рост)	[150 – 155)	[155 – 160)	[160 – 165)	[165 – 170)
$n_i$ (частота)	6	22	36	46
$X$ (рост)	[170 – 175)	[175 – 180)	[180 – 185)	[185 – 190)
$n_i$ (частота)	56	24	8	2

При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу  $H_0$ , состоящую в том, что случайная величина  $X$  подчиняется нормальному закону распределения, используя: а) критерий согласия Пирсона; б) критерий Колмогорова.

14. Построить полигон по данному распределению:

$x_i$	1	4	5	7
$n_i$	20	10	14	6

15. Построить гистограмму следующего распределения:

Частичный интервал длиной $h$	2-5	5-8	8-11	11-14
Сумма частот вариант частичного интервала $n_i$	9	10	25	6

16. Генеральная совокупность задана таблицей распределения:

$x_i$	1000	1200	1400
$N_i$	1000	6000	3000

Найти генеральную среднюю  $\bar{x}_G$  и генеральную дисперсию  $D_G$ .

17. Найти выборочную среднюю по следующим данным:

а) длина крыла у 6 пчел (в мм): 9,68; 9,81; 9,77; 9,60; 9,61; 9,55;

б) длина листьев садовой земляники (в см): 5,2; 5,6; 7,1; 6,6; 8,6; 8,2; 7,7; 7,8.

18. Выборочная совокупность задана таблицей распределения:

$x_i$	4	7	10	15
-------	---	---	----	----

$n_i$	10	15	20	5
-------	----	----	----	---

Найти выборочные среднюю  $\bar{x}_B$  и дисперсию  $D_B$ .

19. По выборке объема  $n = 51$  найдена выборочная дисперсия  $D_B = 5$ . Найти исправленную дисперсию.

20. Даны среднее квадратическое отклонение, выборочная средняя и объем выборки нормально распределенного признака генеральной совокупности. Найти доверительные интервалы для оценки генеральной средней  $\bar{x}_G$  с заданной надежностью  $\gamma$ .

№ п/п	$\sigma$	$\bar{x}_B$	$n$	$\gamma$
1	3	4,1	36	0,95
2	2	5,4	10	0,95
3	3	20,12	25	0,96

21. Даны «исправленное» среднее квадратическое отклонение, выборочная средняя и объем выборки нормально распределенного признака генеральной совокупности. Найти, пользуясь распределением Стьюдента, доверительные интервалы для оценки генеральной средней  $\bar{x}_G$  с заданной надежностью.

№ п/п	$s$	$\bar{x}_B$	$n$	$\gamma$
1	0.8	20,2	16	0,95
2	1,5	16,8	12	0,95
3	2,4	14,2	9	0,99

22. По данным девяти независимых равноточных измерений физической величины найдены среднее арифметическое результатов отдельных измерений  $\bar{x}_B = 42,319$  и «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s = 5$ . Требуется оценить истинное значение  $a$  измеряемой величины с надежностью  $\gamma = 0,95$ .

23. По 15 равноточным измерениям найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s = 0,12$ . Найти точность измерений  $\sigma$  с надежностью  $\gamma = 0,99$ .

24. По данным 16 независимых равноточных измерений физической величины найдены среднее арифметическое результатов отдельных измерений  $\bar{x}_B = 23,161$  и «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s = 0,4$ . Требуется оценить истинное значение  $a$  измеряемой величины и точность измерений  $\sigma$  с надежностью  $\gamma = 0,95$ .

25. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

А)

Эмпирические частоты	6	12	16	40	13	8	5
Теоретические частоты	4	11	15	43	15	6	6

Б)

Эмпирические частоты	5	13	12	44	8	12	6
Теоретические частоты	2	20	12	35	15	10	6

26. Найти выборочное уравнение прямой регрессии а)  $X$  на  $Y$ ; б)  $Y$  на  $X$  по данным, приведенным в следующей таблице:

$x_i$	23,0	24,0	24,5	24,5	25,0	25,5	26,0	26,0	26,5	26,5	27,0	27,0	28,0
$y_i$	0,48	0,50	0,49	0,50	0,51	0,52	0,51	0,53	0,50	0,52	0,54	0,52	0,53

**Контрольные работы**

## Контрольная работа № 1

Направление подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
Дисциплина Б1.О.31 Математическая статистика  
Курс 4  
Форма обучения Очная  
Вид контроля Контрольная работа № 1  
Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ  
зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей



А. В. Глушко

...202

### Вариант № 1

Для выборки построить вариационный ряд, вычислить выборочные характеристики, построить функцию эмпирического распределения, гистограмму частот.  
Продолжительность работы электронных ламп одного типа (в часах) приведена в таблице.

№ реализации	Время работы (в час.)								
	1	13,4	14,7	15,2	15,1	8,8	14,0	17,9	15,1
	14,2	16,3	14,6	11,7	15,1	17,6	14,1	18,8	11,6
2	16,6	18,0	12,4	17,2	14,5	16,3	13,7	15,5	14,0
	13,9	11,3	10,7	16,9	15,8	16,1	12,3	14,9	14,7
3	16,2	8,4	14,7	15,4	10,1	15,8	18,3	17,5	12,7
	17,7	14,7	16,2	17,1	17,7	15,4	10,9	18,2	17,3
4	16,0	17,5	12,2	14,8	14,5	10,8	8,9	15,9	15,5
	12,8	14,0	11,6	16,3	17,0	16,7	11,0	14,9	14,1
5	14,4	12,7	20,7	13,5	14,0	15,7	21,9	14,3	8,6
	16,0	17,3	15,2	16,7	27,4	12,1	19,2	17,2	11,5

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
Дисциплина Б1.О.31 Математическая статистика  
Курс 4  
Форма обучения Очная  
Вид контроля Контрольная работа № 1  
Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ  
зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей



А. В. Глушко

...202

### Вариант № 2

Для выборки построить вариационный ряд, вычислить выборочные характеристики, построить функцию эмпирического распределения, гистограмму частот.  
Положительные отклонения от номинального размера у партии деталей (в мм) приведены в таблице.

№ реализации	Отклонение (в мм)								
	1	177	121	168	120	123	128	212	210
	208	122	179	119	210	129	119	117	211
2	117	118	112	117	114	116	121	119	117
	123	121	127	126	115	119	120	116	118
3	211	221	110	120	210	115	119	210	211





1	0,83 0,62	0,51 0,61	0,71 0,36	0,89 0,67	0,04 0,51	0,29 0,76	0,27 0,21	0,17 0,76	0,23 0,73
2	0,20 0,78	0,71 0,73	0,27 0,16	0,78 0,27	0,29 0,26	0,78 0,28	0,29 0,27	0,71 0,42	0,84 0,93
3	0,14 0,25	0,23 0,75	0,24 0,26	0,38 0,23	0,74 0,22	0,77 0,22	0,24 0,76	0,99 0,87	0,53 0,38
4	0,54 0,64	0,35 0,51	0,84 0,26	0,14 0,84	0,12 0,44	0,92 0,17	0,16 0,53	0,43 0,16	0,25 0,35
5	0,89 0,27	0,33 0,86	0,73 0,66	0,37 0,74	0,53 0,38	0,85 0,18	0,94 0,28	0,23 0,26	0,41 0,53

Преподаватель

Ф. В. Голованева

## Контрольная работа № 2

Направление подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Дисциплина Б1.О.31 Математическая статистика

Курс 4

Форма обучения Очная

Вид контроля Контрольная работа № 2

Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ  
зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей



А. В. Глушко

. .202

## Вариант № 1

1. Пусть вероятность того, что покупателю магазина женской обуви необходимы туфли 37 размера, равна 0,25. Оценить с помощью теоремы Бернулли и интегральной теоремы Муавра-Лапласа, вероятность того, что доля покупателей, которым необходимы туфли 37 размера, отклонится по абсолютной величине от вероятности 0,25 не более чем на 0,1, если всего в день магазин посещает 1000 покупателей.

2. Из 250 абитуриентов, сдававших вступительный экзамен по математике, в одном потоке 63 человека получило неудовлетворительные оценки. Оценить вероятность получения неудовлетворительной оценки на экзамене. Используя интегральную теорему Лапласа, построить доверительные границы для этой вероятности при  $\gamma = 0,98$ . Как изменится этот интервал, если число абитуриентов возрастет в 10 раз при той же частоте?

3. Из проконтролированных 100 телевизоров, выпущенных на Воронежском заводе, целиком удовлетворяют заданным техническим требованиям 85. При контроле 105 телевизоров, выпущенных на Шауляйском заводе, заданным техническим требованиям удовлетворяет 98 телевизоров. Проверить гипотезу о равенстве вероятностей выпуска годного телевизора на этих заводах при уровне значимости  $\alpha = 0,01$ . Останется ли принятое решение в силе, если при тех же значениях частот число проконтролированных телевизоров возрастет в 20 раз?

4. Результаты наблюдений над величинами  $X$  и  $Y$  приведены в следующей таблице:

$X$	1	2	4	6
$Y$	2	2,5	2,3	2,1

Предполагая, что между  $X$  и  $Y$  имеется зависимость вида  $Y = a + \frac{b}{X}$  найти неизвестные коэффициенты  $a$  и  $b$  по методу наименьших квадратов. Вычислить  $Y$  при  $X_5 = 2,5; X_6 = 7$ .

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Дисциплина Б1.О.31 Математическая статистика

УТВЕРЖДАЮ  
зав. кафедрой уравнений  
в частных производных



### Вариант № 2

1. За некоторый период времени в населенном пункте А в ночное время было совершено 68 преступлений, из которых оказалось 20 квартирных краж. За тот же промежуток времени в населенном пункте В в ночное время было совершено 102 преступления, среди которых оказалось 35 квартирных краж. Проверить гипотезу о равенстве вероятностей совершения квартирных краж ночью в населенных пунктах А и В при уровне значимости  $\alpha = 0.1$ . Останется ли принятое решение в силе, если при тех же значениях частот число преступлений, совершенных в А и В возрастет в 15 раз?

2. В ходе социологических исследований, касающихся отношения к религии, проведенных в Пермском крае и Воронежской области были получены следующие результаты:

Субъект федерации	Верю в Бога	Убежденный атеист
Пермский край	63	27
Воронежская область	46	54

По имеющимся данным построить таблицу сопряженности и по ней 1) оценить тесноту связи между признаками; 2) при уровне значимости  $\alpha = 0.01$  проверить нулевую гипотезу о независимости исследуемых признаков: место жительства респондента и его веры в Бога.

3. Вероятность заболеть некоторой инфекционной болезнью в течение года для данной социальной группы, включающей 90000 человек, составляет 0,1. какова вероятность того, что число заболевших за год будет находиться в интервале от 8820 до 9270?

4. Результаты наблюдений над величинами  $X$  и  $Y$  приведены в следующей таблице:

$X$	-1	0	1	4
$Y$	0	1	2	5

Предполагая, что между  $X$  и  $Y$  имеется зависимость вида  $Y = aX^2 + bX + c$  найти неизвестные коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  по методу наименьших квадратов. Вычислить  $Y$  при  $X_5 = 1.5$ ;  $X_6 = 5$ .

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Дисциплина Б1.О.31 Математическая статистика

Курс 4

Форма обучения Очная

Вид контроля Контрольная работа № 2

Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ

зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей



А. В. Глушко

...202

### Вариант № 3

1. Из 450 деталей, изготовленных станком-автоматом, оказалось 39 нестандартных. Оценить вероятность того, что произвольным образом взятая деталь окажется стандартной. Используя преобразование арксинуса, построить приближенные доверительные границы для этой вероятности при  $\gamma = 0.999$ . Как изменится доверительный интервал, если, при той же частоте изготовления стандартных деталей, число наблюдений возрастет в 25 раз?

2. В ходе социологических исследований, стояла задача выявить, зависят ли миграционные установки выпускников от того, в каком регионе они живут. Результаты опроса представлены в таблице:

Город	Навсегда уехать	Жить в своем городе постоянно
Воронеж	656	556
Липецк	344	444

По имеющимся данным построить таблицу сопряженности и по ней 1) оценить тесноту связи между признаками; 2) при уровне значимости  $\alpha=0.01$  проверить нулевую гипотезу о независимости исследуемых признаков: место жительства респондента и его миграционная установка. Изменится ли принятое решение, если все данные увеличить в 40 раз?

3. Пусть вероятность того, что автомат по продаже горячих напитков сработает равна 0,97. Пользуясь теоремой Бернулли, оценить вероятность того, что при использовании 1000 наборов из купюр в автомате отклонение частоты правильной работы автомата от ее вероятности не превысит по абсолютной величине 0,02.

4. Результаты наблюдений над величинами  $X$  и  $Y$  приведены в следующей таблице:

$X$	0	1	5	6
$Y$	5	3	4	7

Предполагая, что между  $X$  и  $Y$  имеется зависимость вида  $Y = aX^2 + bX + c$  найти неизвестные коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  по методу наименьших квадратов. Вычислить  $Y$  при  $X_5 = 1.5$ ;  $X_6 = 7$ .

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
 Дисциплина Б1.О.31 Математическая статистика  
 Курс 4  
 Форма обучения Очная  
 Вид контроля Контрольная работа № 2  
 Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ  
 зав. кафедрой уравнений  
 в частных производных  
 и теории вероятностей



А. В. Глушко

\_\_\_\_\_ .202

#### Вариант № 4

1. В ходе социологических исследований среди студентов технических вузов Центрального федерального округа было выявлено разделение студентов на две четко очерченные группы по музыкальным пристрастиям «рэпперы» и «рокеры». На основе частоты появления этих признаков в обследуемых группах была составлена следующая таблица:

ВУЗ	Рок	Рэп
ВГТУ	12	45
МГТУ	34	45

По имеющимся данным построить таблицу сопряженности и по ней 1) оценить тесноту связи между признаками; 2) при уровне значимости  $\alpha=0.01$  проверить нулевую гипотезу о независимости исследуемых признаков: любимое музыкальное направление и обучение в одном из крупных городов федерального округа.

2. В ходе медицинского обследования стояла задача проверить аллергенность нового препарата. Из 250 пациентов с одним и тем же заболеванием часть принимала старый общеизвестный препарат  $X$ , а часть принимала новый препарат  $Y$ . Из принимавших старый препарат: у 67 человек была нормальная реакция, а у 33 человек обнаружена аллергия. Среди тех, кто принимал новый препарат: у 100 зафиксирована нормальная реакция, а у 50 человек аллергия. Проверить гипотезу о равенстве вероятностей возникновения аллергии при применении препаратов  $X$  и  $Y$ , когда уровень значимости равен 0,05. останется ли принятое решение о проверке данных гипотез справедливым, если при тех же значения частостей число пациентов возрастет в 20 раз?

3. На заводе изготовлен новый игровой автомат, который должен обеспечить появление выигрыша в трех случаях из 150 бросаний монеты. Для проверки годности автомата произведено 500 испытаний, где выигрыш появился 5 раз. Оценить вероятность появления выигрыша. Построить приближенные доверительные границы для этой вероятности при  $\gamma = 0.9$ , используя:

интегральную теорему Муавра-Лапласа. Как изменится доверительный интервал, если при той же частоте появления выигрыша число наблюдений возрастет в 10 раз?

4. Результаты наблюдений над величинами  $X$  и  $Y$  приведены в следующей таблице:

$X$	1	2	-1	3
$Y$	2	3	1	4

Предполагая, что между  $X$  и  $Y$  имеется зависимость вида  $Y = aX + b$  найти неизвестные коэффициенты  $a$  и  $b$  по методу наименьших квадратов. Вычислить  $Y$  при  $X_5 = 1.5; X_6 = 4$ .

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Дисциплина Б1.О.31 Математическая статистика

Курс 4

Форма обучения Очная

Вид контроля Контрольная работа № 2

Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ  
зав. кафедрой уравнений  
в частных производных  
и теории вероятностей



А. В. Глушко

\_\_\_\_\_.202

### Вариант № 5

1. Сколько фирм необходимо проверить налоговой инспекции города, чтобы ошибка доли фирм несвоевременно уплачивающих налоги не превысила 4%. По данным предыдущей проверки доля таких фирм составляла 49%. Доверительную вероятность принять равной 0.98.

2. Из 180 абитуриентов, сдававших вступительный экзамен по математике, в одном потоке 54 человека получило неудовлетворительные оценки. Оценить вероятность получения неудовлетворительной оценки на экзамене. Используя интегральную теорему Лапласа, построить доверительные границы для этой вероятности при  $\gamma = 0.95$ . Как изменится этот интервал, если при той же частоте число абитуриентов возрастет в 30 раз?

3. Из проконтролированных 200 пылесосов, выпущенных на Бобруйском заводе, целиком удовлетворяют заданным техническим требованиям 80. При контроле 100 пылесосов, выпущенных на Быховском заводе, заданным техническим требованиям удовлетворяет 92 пылесоса. Проверить гипотезу о равенстве вероятностей выпуска годного пылесоса на этих заводах при уровне значимости  $\alpha = 0.05$ . Останется ли принятое решение в силе, если при тех же значениях частот число проконтролированных телевизоров возрастет в 10 раз?

4. Результаты наблюдений над величинами  $X$  и  $Y$  приведены в следующей таблице:

$X$	1	2	4	6
$Y$	2	2,5	2,3	2,1

Предполагая, что между  $X$  и  $Y$  имеется зависимость вида  $Y = a + \frac{b}{X}$  найти неизвестные

коэффициенты  $a$  и  $b$  по методу наименьших квадратов. Вычислить  $Y$  при  $X_5 = 2.5; X_6 = 7$ .

Преподаватель

Ф. В. Голованева

### Описание технологии проведения

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в формах: письменных работ (письменные опросы, практикоориентированные и домашние задания, контрольные работы), фронтального устного опроса. Критерии оценивания приведены ниже.

Текущая аттестация предназначена для проверки хода, качества и своевременности формирования компетенций, стимулирования учебной деятельности обучающихся,

совершенствования методик проведения занятий различных типов, своевременной корректировки ошибок и неточностей в понимании и запоминании излагаемого материала.

Периодичность, формы и методы проведения текущих аттестаций определяются преподавателем.

#### **Требование к выполнению заданий**

Фронтальный опрос проводится в устной форме и никак не оценивается. Практикоориентированные, домашние и контрольные задания выполняются в письменной форме.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «не зачтено».

За практико-ориентированные задания и домашние задания выставляется:

«зачтено», если:

- обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний, умений, навыков высоким показателям, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их при решении практических задач;
  - обучающийся демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков достаточно высоким показателям, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач;
  - обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков средним показателям, допускает значительные ошибки при решении практических задач;
- «не зачтено», если обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков даже низким показателям.

За контрольную работу ставится оценка «зачтено», в случае, если обучающийся выполнил:

- правильно и в полном объеме все задания контрольной работы, показал отличное владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;
- обучающийся выполнил все задания с небольшими неточностями и показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;
- обучающийся выполнил половину из предложенных заданий правильно, остальные с существенными неточностями и показал удовлетворительное владение навыками полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала.

В остальных случаях обучающемуся ставится за контрольную работу «не зачтено».

## **20.2 Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

письменный ответ на вопросы и задания КИМ к экзамену и собеседование по вопросам к экзамену.

---

### **Перечень вопросов к экзамену**

1. Предмет и задачи математической статистики.
2. Генеральная и выборочная совокупности.
3. Способы отбора.
  1. Репрезентативная выборка.
  2. Статистическое распределение выборочной совокупности.
  3. Графическое изображение выборочного распределения. Полигон и гистограмма.
  4. Эмпирическая функция распределения.
  5. Генеральная и выборочная средние и их свойства.
  6. Генеральная и выборочная дисперсии и их свойства.
  7. Несмещенность, эффективность и состоятельность оценки.
  8. Точечные оценки неизвестных параметров распределения.
  9. Интервальные оценки неизвестных параметров распределения.
  10. Понятие доверительного интервала.
  11. Определение оценки генеральной средней.
  12. Оценка генеральной доли.
  13. Средняя и предельная ошибки выборки.
  14. Доверительный интервал и его построение.

15. Вычисление необходимого объема выборки.
16. Вычисление выборочных характеристик при типическом и серийном отборах.
17. Оценка генеральной дисперсии.
18. Определение доверительного интервала для генеральной средней при малых выборках.
19. t-распределение Стьюдента.
20. Оценка параметров распределения методом моментов.
21. Метод наибольшего правдоподобия.
22. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Примеры.
23. Корреляционная таблица.
24. Условные выборочные характеристики.
25. Выборочные функции регрессии.
26. Выборочная линейная регрессия.
27. Метод наименьших квадратов.
28. Выборочный коэффициент корреляции.
29. Выборочные коэффициенты и прямые регрессии.
30. Упрощенная схема вычисления параметров линейной регрессии.
31. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.
32. Построение доверительного интервала для коэффициента корреляции.
33. Нелинейная регрессия.
34. Параболическая и гиперболическая зависимости между зависимыми случайными величинами.
35. Корреляционные отношения между случайными величинами и их свойства.
36. Множественная корреляция.
37. Статистическая гипотеза.
38. Статистические методы проверки гипотезы.
39. Основные статистические критерии, используемые при статистической проверке.
40. Сравнение дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей.
41. Сравнение предполагаемой генеральной дисперсии с исправленной дисперсией.
42. Сравнение средних двух нормально распределенных совокупностей.
43. Сравнение средних нормальных генеральных совокупностей при малых выборках.
44. Сравнение выборочной средней с предполагаемым значением генеральной средней, если известна дисперсия.
45. Сравнение выборочной средней с предполагаемым значением генеральной средней, если неизвестна дисперсия генеральной совокупности.
46. Использование критических областей для построения доверительного интервала генеральной средней.
47. Законы распределения.
48. Критерий согласия Пирсона.
49. Критерий согласия Колмогорова.
50. Критерий согласия Романовского.
51. Понятие о дисперсионном анализе.
52. Общая, факторная и остаточная суммы и дисперсии.
53. Связь между ними. Их вычисление.
54. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.
55. Решение статистических задач методом дисперсионного анализа.
56. Неодинаковое число испытаний на различных уровнях.

### Примерное содержание КИМ экзамена

Направление подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
 Дисциплина Б1.О.31 Математическая статистика  
 Курс 4  
 Форма обучения Очная  
 Вид контроля Экзамен  
 Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ  
 зав. кафедрой уравнений  
 в частных производных  
 и теории вероятностей

 А. В. Глушко

. . .202

### Контрольно-измерительный материал № 1

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1. Совокупность всех, подлежащих изучению объектов или возможных результатов всех мыслимых наблюдений, производимых в неизменных условиях над одним объектом, называется \_\_\_\_\_.  
(вставьте пропущенные слова)

2. Последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, распределение каждой из которых совпадает с распределением генеральной случайной величины – это \_\_\_\_\_.  
(вставьте пропущенное слово)

3. Запишите формулу, по которой вычисляется частота варианты  $x_i$  в статистическом ряде.  
ОТВЕТ:

4. Какая функция определяется формулой:  $p^* \{X < x, x \in \mathbb{R}\}$  ?  
ОТВЕТ:

5.  $\frac{S^2}{D_B} =$   
1)  $\frac{1}{n-1}$     2)  $\frac{1}{n}$     3)  $\frac{n}{n-1}$

ОТВЕТ:

6. Какая из двух несмещенных оценок параметра  $\theta$  генеральной совокупности будет более эффективной?  
ОТВЕТ:

7. Оценка  $\tilde{\theta}_n$  параметра  $\theta$  генеральной совокупности, обладающая свойством  $\tilde{\theta}_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{p} \theta$ , называется  
1) несмещенной    2) состоятельной    3) эффективной.

ОТВЕТ:

8. Выпишите достаточное условие *состоятельности* несмещенной оценки  $\tilde{\theta}_n$  параметра  $\theta$  генеральной совокупности.  
ОТВЕТ:

9. Характеристики изучаемого случайного признака  $X$  генеральной совокупности неизвестны. Какие величины (функции) являются их несмещенными и состоятельными оценками? Установите соответствие и назовите каждую из них.

Обозначение	Название	Обозначение	Название
$MX$		$F_X^*(x)$	
$DX$		$\frac{n_A}{n}$	
$p = P(A)$		$\bar{X}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	
$F_X(x)$		$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$	

10. Опишите суть МНК (метода наименьших квадратов) нахождения оценки  $\tilde{\theta}$  параметра  $\theta$  генеральной совокупности.

ОТВЕТ:

11. Пусть случайная величина  $X \sim N(a, \sigma)$ ;  $\sigma$  - известно, доверительная вероятность (надежность)  $\gamma$  - задана. Выпишите вид доверительного интервала для  $a = MX$ .

ОТВЕТ:

12. Пусть случайная величина  $X \sim N(a, \sigma)$ ;  $\sigma$  - неизвестно,  $a = MX$  - неизвестно, доверительная вероятность (надежность)  $\gamma$  - задана. Выпишите вид доверительного интервала для  $\sigma$ .

ОТВЕТ:

13. В какой-то небольшой доле случаев  $\alpha$  нулевая гипотеза  $H_0$  может оказаться отвергнутой, в то время как в действительности в генеральной совокупности она является справедливой.

Такую ошибку называют **ошибкой** \_\_\_\_\_.  
(вставьте пропущенные слова)

А ее вероятность принято называть \_\_\_\_\_  
(вставьте пропущенные слова)

и обозначать  $\alpha$ .

14. В какой-то небольшой доле случаев  $\beta$  нулевая гипотеза  $H_0$  принимается, в то время как на самом деле в генеральной совокупности она ошибочна, а справедлива альтернативная гипотеза  $H_1$ .

Такую ошибку называют **ошибкой** \_\_\_\_\_.  
(вставьте пропущенные слова)

А вероятность  $1 - \beta$  принято называть \_\_\_\_\_.  
(вставьте пропущенные слова)

15. Напишите формулу для статистики критерия Пирсона  $\chi^2$ , служащей для проверки простой гипотезы о законе генерального распределения изучаемой случайной величины. В формуле поясните значение каждого символа.

ОТВЕТ:

16. Запишите формулу для вычисления выборочного коэффициента корреляции.

ОТВЕТ:

## ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ



Данные испытаний приведены в таблице ниже. При уровне значимости 0,05 проверить основную гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми генеральными дисперсиями.

Номер испытания	Уровни фактора			
	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
$i$				
1	6	6	9	7
2	7	7	12	9
3	8	11	13	10
4	11	12	14	10
$\bar{x}_{2p_j}$	8	9	12	9

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.05.01 Фундаментальная математика и механика  
 Дисциплина Б1.О.31 Математическая статистика  
 Курс 4  
 Форма обучения Очная  
 Вид контроля Экзамен  
 Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ  
 зав. кафедрой уравнений  
 в частных производных  
 и теории вероятностей



А. В. Глушко

\_\_\_\_\_.202

## Контрольно-измерительный материал № 2

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1. Совокупность всех, подлежащих изучению объектов или возможных результатов всех мыслимых наблюдений, производимых в неизменных условиях над одним объектом, называется

\_\_\_\_\_.  
 (вставьте пропущенные слова)

2. Последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, распределение каждой из которых совпадает с распределением генеральной случайной величины

– это \_\_\_\_\_.  
 (вставьте пропущенное слово)

3. Запишите формулу, по которой вычисляется частота варианты  $x_i$  в статистическом ряде.

ОТВЕТ:

4. Какая функция определяется формулой:  $p^* \{X < x, x \in \mathbb{R}\}$  ?

ОТВЕТ:

5.  $\frac{S^2}{D_B} =$

1)  $\frac{1}{n-1}$       2)  $\frac{1}{n}$       3)  $\frac{n}{n-1}$

ОТВЕТ:

6. Какая из двух несмещенных оценок параметра  $\theta$  генеральной совокупности будет более эффективной?

ОТВЕТ:

7. Оценка  $\tilde{\theta}_n$  параметра  $\theta$  генеральной совокупности, обладающая свойством

$$\tilde{\theta}_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{p} \theta, \text{ называется}$$

- 1) несмещенной    2) состоятельной    3) эффективной.

ОТВЕТ:

8. Выпишите достаточное условие *состоятельности* несмещенной оценки  $\tilde{\theta}_n$  параметра  $\theta$  генеральной совокупности.

ОТВЕТ:

9. Характеристики изучаемого случайного признака  $X$  генеральной совокупности неизвестны. Какие величины (функции) являются их несмещенными и состоятельными оценками? Установите соответствие и назовите каждую из них.

Обозначение	Название	Обозначение	Название
$MX$		$F_X^*(x)$	
$DX$		$\frac{n_A}{n}$	
$p = P(A)$		$\bar{X}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	
$F_X(x)$		$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$	

10. Опишите суть МНК (метода наименьших квадратов) нахождения оценки  $\tilde{\theta}$  параметра  $\theta$  генеральной совокупности.

ОТВЕТ:

11. Пусть случайная величина  $X \sim N(a, \sigma)$ ;  $\sigma$  - известно, доверительная вероятность (надежность)  $\gamma$  - задана. Выпишите вид доверительного интервала для  $a = MX$ .

ОТВЕТ:

12. Пусть случайная величина  $X \sim N(a, \sigma)$ ;  $\sigma$  - неизвестно,  $a = MX$  - неизвестно, доверительная вероятность (надежность)  $\gamma$  - задана. Выпишите вид доверительного интервала для  $\sigma$ .

ОТВЕТ:

13. В какой-то небольшой доле случаев  $\alpha$  нулевая гипотеза  $H_0$  может оказаться отвергнутой, в то время как в действительности в генеральной совокупности она является справедливой.

Такую ошибку называют **ошибкой** \_\_\_\_\_.  
(вставьте пропущенные слова)

А ее вероятность принято называть \_\_\_\_\_

(вставьте пропущенные слова)

и обозначать  $\alpha$ .

14. В какой-то небольшой доле случаев  $\beta$  нулевая гипотеза  $H_0$  принимается, в то время как на самом деле в генеральной совокупности она ошибочна, а справедлива альтернативная гипотеза  $H_1$ .

Такую ошибку называют **ошибкой** \_\_\_\_\_.  
(вставьте пропущенные слова)

А вероятность  $1 - \beta$  принято называть \_\_\_\_\_.  
(вставьте пропущенные слова)

15. Напишите формулу для статистики критерия Пирсона  $\chi^2$ , служащей для проверки простой гипотезы о законе генерального распределения изучаемой случайной величины. В формуле поясните значение каждого символа.

ОТВЕТ:

16. Запишите формулу для вычисления выборочного коэффициента корреляции.

ОТВЕТ:

## ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

По данным корреляционной таблицы найти: 1)  $r_B$ ; 2) выборочное уравнение прямой регрессии  $Y$  на  $X$ ; 3) выборочное корреляционное отношение  $\eta_{yx}$   $Y$  к  $X$ .

$Y$	$X$				$n_y$	$\bar{x}_y$
	5	10	15	20		
10	2	-	-	-	-	
20	5	4	1	-		
30	3	8	6	3		
40	-	3	6	6		
50	-	-	2	1		
$n_x$						
$\bar{y}_x$						

Преподаватель

Ф. В. Голованева

### Описание технологии проведения

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Промежуточная аттестация проводится в конце семестра и завершает изучение дисциплины. Она направлена на определение уровня и качества усвоения всего материала дисциплины «Математическая статистика».

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

Каждый контрольно-измерительный материал для проведения промежуточной аттестации включает № заданий (вопросов и/или практических заданий) для контроля знаний, умений и владений в рамках оценки уровня сформированности компетенции.

### **Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания**

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели: владение навыками применения теоретических моделей при планировании работ в профессиональной сфере деятельности и грамотной интерпретации полученных результатов; умение решать задачи различного уровня сложности из курса математической статистики; наличие целостного представления о способах использования математического аппарата при решении задач в области профессиональных исследований, об общих закономерностях смежных математических и естественнонаучных дисциплин и способах их использования при решении профессиональных задач в профессионально-профильной области.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется четырех балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При оценивании используется следующая численная шкала:

5 баллов ставятся, если обучающийся демонстрирует глубокое и всестороннее знание предмета, прекрасно ориентируется по всей дисциплине, доказательно и логически выверено излагает материал, на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы, правильно и методически верно решает задания практического содержания, легко отвечает на дополнительные и уточняющие вопросы, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, и навыками, применяет их при решении практических задач;

4 балла ставятся, если обучающийся твердо знает материал по дисциплине, прекрасно ориентируется по основным ее разделам, практически всегда доказательно и логически выверено излагает материал, на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы, но допускает неточности и принципиальные ошибки, правильно и методически верно решает задания практического содержания, испытывает незначительные затруднения, отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы, умело оперирует приобретенными знаниями, умениями, и навыками, применяет их при решении практических задач, однако испытывает затруднения при решении практических задач по отдельным темам;

3 балла ставятся, если обучающийся демонстрирует неполное знание материала по дисциплине, плохо ориентируется по основным ее разделам, излагает материал бездоказательно, на некоторые вопросы КИМ дает либо неправильные, либо неполные, либо необоснованные, допускает неточности в определениях и формулировках, испытывает затруднения, отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы и при решении практических задач по отдельным темам;

2 балла ставятся, если обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков приведенным критериям, предъявляемым к оценке 3 балла.

Далее, количественную оценку переводим в качественную следующим образом:

оценка «отлично» - соответствует 5 баллам;

оценка «хорошо» - соответствует 4 баллам;

оценка «удовлетворительно» - соответствует 3 баллам;

оценка «неудовлетворительно» - соответствует 2 баллам.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся: демонстрирует глубокое и всестороннее знание предмета; прекрасно ориентируется по всей дисциплине; доказательно и логически выверено излагает материал; на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы; правильно и методически верно решает задания практического содержания; легко отвечает на дополнительные и уточняющие вопросы; свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями и	Повышенный	Отлично

навыками, уверенно применяет их при решении практических задач.		
Обучающийся: твердо знает материал по дисциплине; прекрасно ориентируется по основным ее разделам; практически всегда доказательно и логически выверено излагает материал; на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы, но допускает неточности и непринципиальные ошибки; правильно и методически верно решает задания практического содержания, испытывает незначительные затруднения; отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы, умело оперирует приобретенными знаниями, умениями и навыками, применяет их при решении практических задач, однако, испытывает затруднения при решении практических задач по отдельным темам.	Достаточный	Хорошо
Обучающийся: демонстрирует фрагментарные знания материала по дисциплине; плохо ориентируется по основным ее разделам; излагает материал бездоказательно; на некоторые вопросы КИМ дает либо неправильные, либо неполные, либо необоснованные ответы; допускает неточности в определениях и формулировках; испытывает затруднения, отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы и при решении практических задач по отдельным темам.	Пороговый	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков приведенным критериям, предъявляемым к оценке «Удовлетворительно».	-	Неудовлетворительно

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

ОПК-1 Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики

#### Задания открытого типа (число)

Задание 1.

Реализацией выборки  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_6)$  являются следующие данные: -1,5; 2,6; 1,2; -2,1; 1,0; 9,0. Размах выборки равен ...

Решение.

Запишем вариационный ряд: -2,1; -1,5; 1,0; 9,0; 1,2; 2,6. Размах выборки равен:  
 $2,6 - (-2,1) = 4,7$ .

Ответ: 4,7

Задание 2.

Реализацией выборки  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_6)$  являются следующие данные: -15; 36; 24; -11; 3; 9.

Запишите значение 2-ой порядковой статистики ....

Решение.

Запишем вариационный ряд: -15; -11; 3; 9; 24; 36.  $k$ -ой порядковой статистикой  $x_{(k)}$  называется  $k$ -й элемент вариационного ряда, то есть  $x_{(2)} = -11$ .

Ответ: -11

Задание 3.

Дана выборка из распределения случайной величины:

-4, -9, -3, 5, 0, 12, 0, -6, 2, 10.

Состоятельная оценка неизвестного среднего равна ...

Решение.

Статистика  $\theta_n$  является состоятельной оценкой параметра  $\theta$  тогда и только тогда, когда для любого положительного числа  $\varepsilon$  справедливо предельное соотношение

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\theta_n - \theta| > \varepsilon\} = 0.$$

Из закона больших чисел следует, что  $\theta_n = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  является состоятельной оценкой

$\theta = MX$ .

Состоятельную оценку неизвестного среднего в выборке объема 10 находим по формуле:

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ , таким образом:

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} (-4 - 9 - 3 + 5 + 0 + 12 + 0 - 6 + 2 + 10) = 0,7.$$

Ответ: 0,7

Задание 4.

Дана выборка из нормального распределения случайной величины:

-2, -8, -4, 6, 0, 14, 8, -6, 2, 10.

Эффективная оценка неизвестного среднего равна ...

Решение.

Эффективную оценку неизвестного среднего в выборке из нормального распределения

объема 10 находим по формуле:  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ , таким образом:

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} (-2 - 8 - 4 + 6 + 0 + 14 + 8 - 6 + 2 + 10) = 2.$$

Ответ: 2

Задание 5.

По выборке объема  $n = 25$  найдена смещенная оценка  $D_x = 48$ . Чему равно значение несмещенной оценки?

Решение.

Смещенная оценка дисперсии определяется формулой  $D_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ .

Несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности получим путем умножения

$D_X$  на коэффициент смещения  $D_X^* = \frac{n}{n-1} D_X$ .

$$D_X^* = \frac{25}{24} \cdot 48 = 50.$$

Ответ: 50

### Задания открытого типа (короткий текст)

Задание 6.

Интервал, который с заданной надежностью  $\gamma$  покрывает заданный параметр, называют ..... интервалом.

Ответ: доверительным (доверительный)

Задание 7.

Функция  $f_n^*(\vec{\xi}, x) = \frac{1}{n} \sum_k \frac{v_k(\vec{\xi})}{|\Delta_k|} 1_{\Delta_k}(x)$ , построенная по выборке  $\vec{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_n)$  называется ..... случайной выборки и является статистическим аналогом неизвестной теоретической функции плотности распределения  $f_0(x)$ .

Ответ: гистограммой (гистограмма)

Задание 8.

Величину  $F_n^*(x) = \frac{\mu_n(x, \vec{\xi})}{n}$ , где  $\mu_n(x, \vec{\xi})$  число элементов выборки  $\vec{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_n)$  объема  $n$ , значения которых меньше или равно  $x$ , называют ..... распределения

Ответ: эмпирической функцией (эмпирическая функция)

Задание 9.

Статистика  $\theta_n$  является ..... оценкой параметра  $\theta$  тогда и только тогда, когда для любого положительного числа  $\varepsilon$  справедливо предельное соотношение

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\theta_n - \theta| > \varepsilon\} = 0.$$

Ответ: состоятельной (состоятельная)

Задание 10.

Величину  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  называют ..... оценка дисперсии.

Ответ: несмещенная (несмещенной)

### Задания закрытого типа (на соответствие)

Задание 11.

Установите соответствие между понятиями вероятности ошибки первого и второго рода и правилом (статистическим критерием), по которому статистическая гипотеза  $H_0$  отклоняется или принимается:

Вероятность допустить ошибку первого рода	Отклонение основной (нулевой) гипотезы $H_0$ , которая в действительности является верной
Вероятность допустить ошибку второго рода	Принятие основной (нулевой) гипотезы $H_0$ , когда она неверна (отклонение альтернативной гипотезы, которая в действительности является верной)
Мощность критерия	Вероятность не допустить ошибку второго рода, т. е. отвергнуть гипотезу $H_0$ , когда она неверна
	Критическая область

### Задание 12.

Установить соответствие между выбором решения о принятии или отклонении основной гипотезы и неравенствами, определяющими критические области:

Критическая область для проверки гипотезы $H_0$ имеет вид $(K_{кр}, +\infty)$ . Гипотеза будет отвергнута, если	$K_{набл} > K_{кр}$
Критическая область для проверки гипотезы $H_0$ имеет вид: $(-\infty, K_{кр})$ . Гипотеза будет отвергнута, если	$K_{набл} < K_{кр}$
Область принятия гипотезы $H_0$ имеет вид $(-K_{кр}, K_{кр})$ . Гипотеза $H_0$ будет принята, если:	$ K_{набл}  < K_{кр}$
	$K_{набл} = K_{кр}$

### Задание 13.

Установить соответствие о корреляционной зависимости случайных величин  $X$ ,  $Y$  и их выборочным коэффициентом корреляции:

Если признак $Y$ с признаком $X$ , корреляционной зависимостью не связаны, то коэффициент корреляции $r_{xy}$ равен	$r_{xy} = 0$
Если связь между признаками $X$ и $Y$ обратная линейная, то коэффициент корреляции $r_{xy}$ равен	$r_{xy} = -1$
Если связь между признаками $X$ и $Y$ прямая линейная, то коэффициент корреляции $r_{xy}$ равен	$r_{xy} = 1$
	$r_{xy} = -3$

### Задание 14.

Уравнение регрессии  $X$  на  $Y$  имеет вид:  $x_y = 0,6y + 16,7$ , где  $X$  - величина основных производственных фондов предприятий (ОПФ в млн. руб.) и  $Y$  - суточная выработка продукции (тонн) на предприятии. Коэффициент корреляции между признаками  $r = 0,9$ , средний объем суточной выработки продукции равен 18 тонн. Установить соответствие



между величиной основных производственных фондов (ОПФ) для предприятий и суточной выработкой продукции.

ОПФ (млн. руб.)	Суточная выработка продукции (тонн)
25	14,675
35	28,125
30	21,375
	23,125

Решение.

Из уравнения регрессии  $X$  на  $Y$  коэффициент регрессии  $b_{xy}$  равен 0,6.

Находим коэффициент регрессии  $Y$  на  $X$   $b_{yx}$  по формуле  $b_{yx} = \frac{r^2}{b_{xy}} = \frac{0,9^2}{0,6} = 1,35$ .

Среднее значение ОПФ находим по заданному уравнению регрессии:  $\bar{x} = 0,6 \cdot \bar{y} + 16,7 = 0,6 \cdot 18 + 16,7 = 10,8 + 16,7 = 27,5$  (млн. руб.).

Получим уравнение регрессии  $Y$  на  $X$  (тонн):  $y_x - \bar{y} = b_{yx}(x - \bar{x})$ ,  $y_x - 18 = 1,35(x - 27,5)$

т. е.

$$y_x = 1,35x - 19,125$$

Таким образом:

1.  $y_x = 1,35 \cdot 25 - 19,125 = 14,625$ ;
2.  $y_x = 1,35 \cdot 35 - 19,125 = 28,125$ ;
3.  $y_x = 1,35 \cdot 30 - 19,125 = 21,375$ .

Задание 15.

Зависимость между объемом продукции  $Y$  (млн. руб.) и численностью работающих  $X$  (тыс. чел.) для предприятий нефтедобывающей отрасли описывается уравнением парной линейной регрессии:  $y_i = b_1 x_i + b_0 = 3x_i + 20,5$ . Установите соответствие прогноза выработки среднего объема продукции при различной сезонной численности работающих на предприятиях:

При численности работающих в июне - 3 тыс. чел. составит	29,5 млн. руб.
При численности работающих в сентябре - 5 тыс. чел. составит	35,5 млн. руб.
При увеличении численности работающих в декабре месяце по сравнению с июнем на 1,5 тыс. чел. составит	34 млн. руб.
	32,5 млн. руб.

Решение.

Зависимость между объемом продукции  $Y$  (млн. руб.) и численностью работающих  $X$  (тыс. чел.) для предприятий нефтедобывающей отрасли описывается уравнением парной линейной регрессии  $y_i = b_1 x_i + b_0 = 3x_i + 20,5$   $i = 1, 2, 3$ .

Для определения прогноза выработки среднего объема продукции при различной численности работающих на предприятиях подставляем значения числа работников (тыс. чел.) в уравнение регрессии:

- 1) для  $x_1 = 3$ , получим:  $y_1 = 3 \cdot 3 + 20,5 = 29,5$  млн. руб.;
- 2) для  $x_2 = 5$  получим:  $y_2 = 3 \cdot 5 + 20,5 = 35,5$  млн. руб.;
- 3) при увеличении дохода на 1,5 тыс. руб., получим:  $y_3 = 3 \cdot 4,5 + 20,5 = 34$  млн. руб..

### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.

#### 3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

#### 4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**